

## Eigenarbeit über die Osterferien 2024!

Wie im vorangehenden Kapitel zu sehen war, bedeutet Induktion ganz allgemein, dass **durch eine Flussdichtenänderung  $\Delta B$  in einer Leiterschleife eine elektrische Spannung erzeugt wird**. Eine weitere Frage, auf die wir allerdings bereits eine von zwei möglichen Antworten wissen, wäre: Was können Ursachen von  $\Delta B$  sein? Anders gefragt: Unter welchen Voraussetzungen ändert sich der Magnetische Fluss in einer Schleife?

Hierzu bestehen genau **zwei Möglichkeiten**:

1. Die Leiterschleife wird - relativ zu den Feldlinien - **nicht bewegt**. Dafür wird das **Feld, das die Leiterschleife durchdringt, geändert ( $\Delta B$ )**. Die senkrecht von den Feldlinien durchsetzte **Fläche  $A_{\perp}$**  der Leiterschleife oder Spule ist **konstant**. Weil sich hier eben nichts bewegt, nennt man diese Form dann – ebenfalls leicht verständlich – **Induktion der Ruhe**. Ein weiterer Begriff lautet auch **Trafoprinzip**, da in einem so genannten Transformator genau dieses Prinzip bei der Übersetzung von Spannungen zur Anwendung kommt.
2. Die Leiterschleife wird **selbst, relativ zu den Feldlinien, bewegt**. Sie dringt z.B., wie im Beispiel des letzten Kapitels gezeigt, in ein Feld ein. **Die Flussdichte des Feldes selbst ist dabei allerdings konstant**. Damit ändert sich aber, wie schon gesehen die Anzahl der Feldlinien durch die Schleife pro Zeit. Diese Art der Induktion wird daher **Induktion der Bewegung genannt**. Ein weiterer Begriff lautet auch **Generatorprinzip**, weil die Spannungserzeugung in Generatoren auf einer (drehenden) Bewegung basiert. Ziemlich logisch, das so zu nennen, oder ;-)?

## 1.) Trafoprinzip

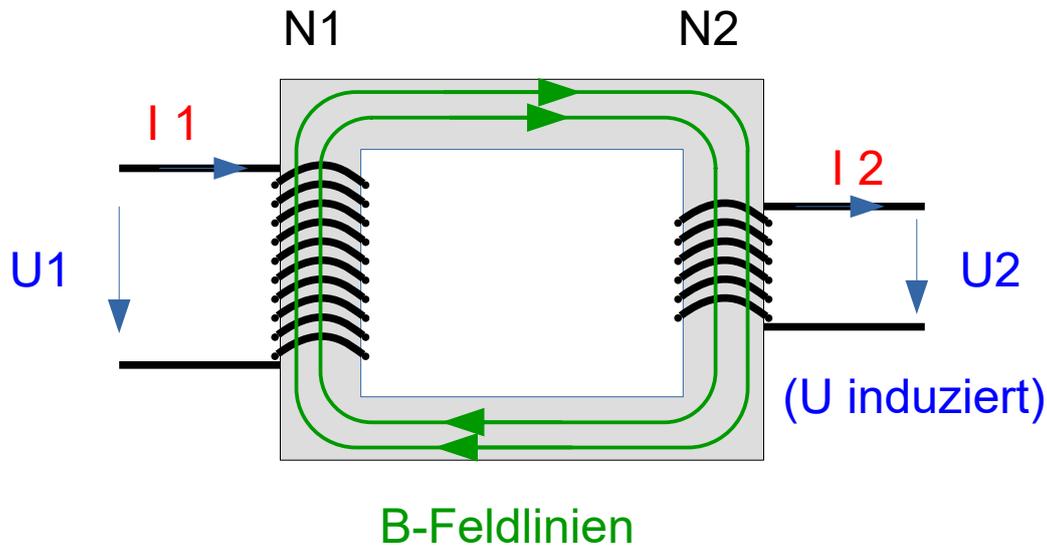
Auf einem so genannten Trafokern, der aus vernieteten Blechen besteht, sind zwei Spulenwicklungen mit den Windungszahlen  $N_1$  und  $N_2$  aufgebracht. Spule  $N_1$  ist die „Primärseite“, Spule  $N_2$  ist die „Sekundärseite“.

### Was passiert im Trafo?

1. Durch die Spule der Primärseite fließt ein veränderliche Strom  $I_1$  (z.B. sinusförmiger Wechselstrom).
2. Der sich ändernde Strom  $I_1$  verursacht einen sich im Sinne des Stromes änderndes B-Feld im Trafokern ( $\Delta B$ ). Die B-Feldlinien sind dabei – wie üblich – in sich geschlossen und folgen dabei dem Trafokern. Die Sekundärspule  $N_2$  wird von dem sich ändernden B-Feld durchdrungen.
3. Das sich ändernde B-Feld erzeugt dabei in der Sekundärspule eine Induktionsspannung.

**Merke – beim Trafoprinzip gilt grundlegend:**

$A_{\perp} = \text{konstant}$ $B \text{ ist veränderlich } (\Delta B)$
---



Von welchen Größen hängt die induzierte Spannung  $U_2 (=U_{ind})$  nun ab?

1. Von der Anzahl der Windungen  $N_2$  der Sekundärspule
2. Von der senkrecht durchströmten Spulen-Querschnittsfläche  $A_{\perp}$
3. Von der Änderungsrate  $\Delta B/\Delta t$  (verursacht durch den veränderlichen Strom  $I_1$ )

Daraus ergibt sich die folgende Formel für  $U_{ind}$ :

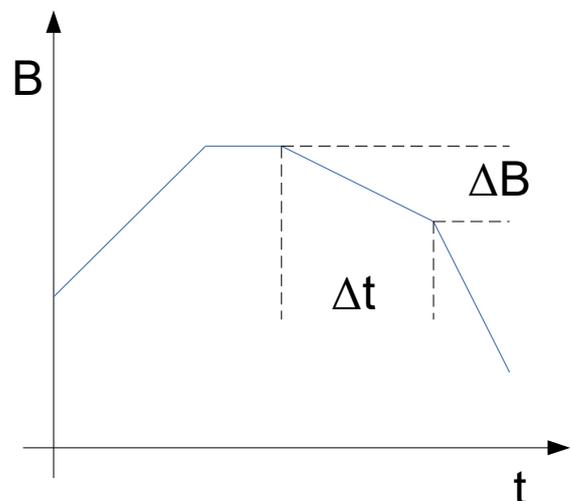
$$U_{ind} = N \cdot A_{\perp} \cdot \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)$$

Auch hier wird wieder mit Blick auf die Formel deutlich:

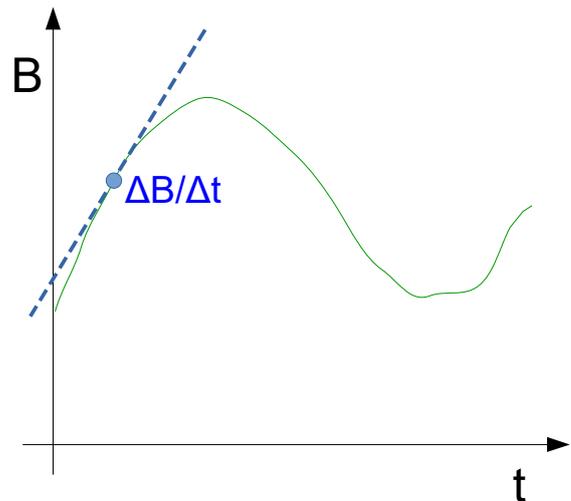
**Ändert sich das B-Feld zeitlich nicht ( $\Delta B/\Delta t=0$ ), entsteht auch keine Induktionsspannung!**

$\Delta B/\Delta t$   $\Delta B/\Delta t$

Das nebenstehende Bild zeigt einen **abschnittsweise konstanten** Verlauf der Flussänderung  $\Delta B/\Delta t$ , wie er meist auch in Aufgabenstellungen dargestellt wird. Wie hier leicht zu erkennen ist, entspricht die Änderungsrate von B der Geradensteigung, die, wie ebenfalls zu sehen ist, einmal positiv und einmal negativ sein kann. Ändert die Steigung ihr Vorzeichen, so ändert sich per Definition auch die Polarität der Spannung. Die Zuordnung  
positive Steigung = positive Spannung  
negative Steigung = negative Spannung  
ist dabei jedoch willkürlich und kann beliebig festgelegt werden.



Ist  $\Delta B/\Delta t$  jedoch nicht abschnittsweise konstant, so lässt sich die Höhe von  $U_{ind}$  nicht auf einfache Weise über die Steigung der Abschnittsgerade ermitteln. In diesem Fall muss die Tangente an die Kurve des B-Verlaufs angelegt werden, wobei deren Steigung dann  $U_{ind}$  im interessierenden Punkt entspricht. Mathematisch wäre dies die 1. Ableitung der B-Funktion nach der Zeit, da Ableiten ja nichts anderes bedeutet, als die Steigung einer Funktionskurve zu ermitteln, stimmt's ;-)?  
Wir können nun daher schreiben:  
Für  $\Delta t \rightarrow 0$  wird  $\Delta B/\Delta t$  zu  $dB/dt$  und damit ergibt sich als Formel



$$U_{ind} = N \cdot A_{\perp} \frac{dB}{dt}$$

oder in anderer symbolischer Schreibweise, wenn eine Größe nach der Zeit  $t$  abgeleitet wird

$$U_{ind} = N \cdot A_{\perp} \cdot \dot{B}$$

Ist der Verlauf von  $B$  über  $t$  als geschlossene Funktion bekannt, so lässt sich aus der Ableitung der B-Funktion sofort der Verlauf der Spannung ermitteln.

Allgemein lässt sich daher nun für das Trafoprinzip sagen:

Die in einer Leiterschleife/Spule induzierte Spannung ist bei konstanter vom B-Feld durchsetzter Fläche die erste Ableitung der B-Funktion nach der Zeit

## 2.) Generatorprinzip

Was passiert in einem Generator?

1. Eine drehbar gelagerte Spule bewegt sich in einem Magnetfeld
2. Durch die Drehung ändert sich ständig die Anzahl der durch die Spule hindurchtretenden Feldlinien, was wiederum einer Flussänderung  $B$  über der Zeit  $t$  entspricht ( $\Delta B/\Delta t$ )
3. Die Flussänderung verursacht in der Spule eine Induktionsspannung  $U_{ind}$ .

**Merke – beim Generatorprinzip gilt grundlegend:**

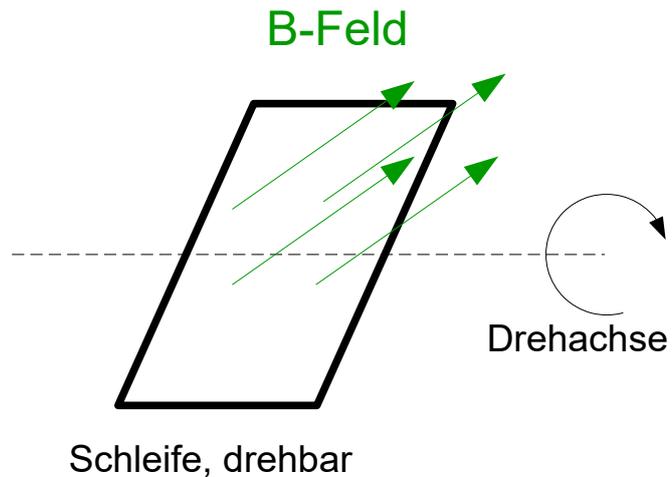
$A_{\perp}$  = veränderlich ( $\Delta A_{\perp}$ )  
 $B$  ist konstant

Dies ist genau die umgekehrte Situation wie beim Trafoprinzip. Ansonsten gelten selbstverständlich alle Abhängigkeiten (Windungszahl  $N$ , Querschnittsfläche  $A_{\perp}$ , Flussdichteänderung  $\Delta B/\Delta t$  genau wie dort.

Die nebenstehenden Bilder zeigen die Situation einer im B-Feld drehbar gelagerten Schleife. Durch die Drehung ändert sich die Fläche A, die senkrecht von den Magnetfeldlinien durchdrungen wird. Sie ist

- einmal maximal, wenn die Schleife **senkrecht** zu den B-Feldlinien steht
- Null, wenn die Schleife **parallel** zu den Feldlinien steht.

Beim Drehen der Schleife ändert sich  $A_{\perp}$  also, je nach Stellung und Winkel zum B-Feld, zwischen 0 und maximal.



Die Seitenansicht zeigt den Zusammenhang etwas klarer.

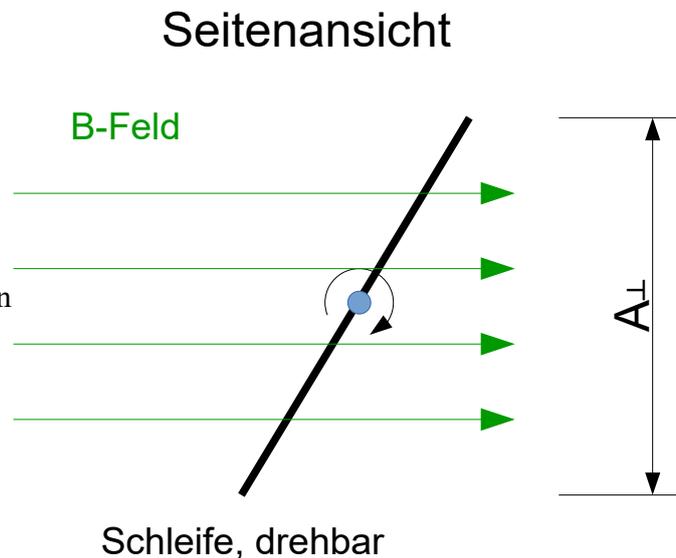
Somit ergibt sich als Formel:

$$U_{ind} = N \cdot B \cdot \frac{\Delta A_{\perp}}{\Delta t}$$

Wie man sieht, haben gegenüber der Induktion der Ruhe, B und A die Positionen getauscht.

Für  $\Delta t \rightarrow 0$  wird  $A_{\perp}/\Delta t$  zu  $dA_{\perp}/dt$ :

$$U_{ind} = N \cdot B \cdot \frac{dA_{\perp}}{dt}$$



oder in anderer symbolischer Schreibweise, wenn eine Größe nach der Zeit t abgeleitet wird

$$U_{ind} = N \cdot B \cdot \dot{A}_{\perp}$$

Dreht sich die Schleife mit konstanter Drehzahl, so ändert sich  $A_{\perp}$  übrigens sinusförmig.

Allgemein lässt sich daher nun für das Generatorprinzip sagen:

Die in einer Leiterschleife/Spule induzierte Spannung ist bei konstantem B-Feld die erste Ableitung der Flächen-Änderungsfunktion nach der Zeit

## Zusammenfassung:

### 1. Trafo-Prinzip

- physikalisch:  
Bei konstanter, senkrecht vom B-Feld durchsetzter Fläche  $A_{\perp}$  ist  $U_{\text{ind}}$  von der Änderungsgeschwindigkeit  $dB/dt$  abhängig.
- mathematisch:  
Für  $A_{\perp} = \text{konstant}$  ist  $U_{\text{ind}}$  die 1. Ableitung der B-Funktion nach der Zeit.

### 2. Generator-Prinzip

- selber ergänzen ;-)! (siehe Aufgabe 1)
- ...

## Aufgaben:

1. Ergänzen sie die obige Zusammenfassung für das Generator-Prinzip analog zum Trafoprinzip.
2. Notieren Sie, welche Größen beim Trafo- und Generatorprinzip jeweils konstant und veränderlich sind.
3. Erklären und begründen (!) Sie, um welche Art der Induktion es sich beim Induktionsherd handelt.
4. Erläutern Sie in kurzen Sätzen, wie die Ausgangsspannung  $U_2$  beim Transformator zustande kommt.
5. Kleiner technologischer Exkurs:  
Recherchieren Sie im Netz, warum bei Transformatoren der Kern nicht aus massivem Eisen, sondern aus vernieteten dünnen Trafoblechen besteht.
6. Eine Spule wird von einer sich sinusförmig ändernden Flussdichte  $B$  durchdrungen.  
Erklären und begründen Sie, nach welcher mathematischen Funktion sich dann  $U_{\text{ind}}$  ändert.
7. Eine Leiterschleife dreht sich entsprechend der Darstellung auf S. 4 mit konstanter Drehzahl im konstanten B-Feld.
  - a) Zeigen Sie anhand einer Skizze, dass sich die „wirksame“ vom B-Feld durchdrungene Fläche  $A_{\perp}$  durch die Drehung nach einer Sinusfunktion ändert.
  - b) Zeichnen Sie ein qualitatives Diagramm, das den Verlauf der Flächenänderung und der induzierten Spannung gegenüber stellt. Bei welcher Stellung der Leiterschleife (Winkel gegenüber den Feldlinien) wird jeweils die maximale Spannung  $U_{\text{ind}}$  erreicht?

**Als weitere Aufgaben können nun ab sofort alle Prüfungsaufgaben zum Thema Magnetfeld bearbeitet werden!**

**Besprechung: Montag, 08.04.2024**