

R und L im Wechselstromkreis:
Spannungs- und Widerstandsdreieck



Bisherige Erkenntnisse:

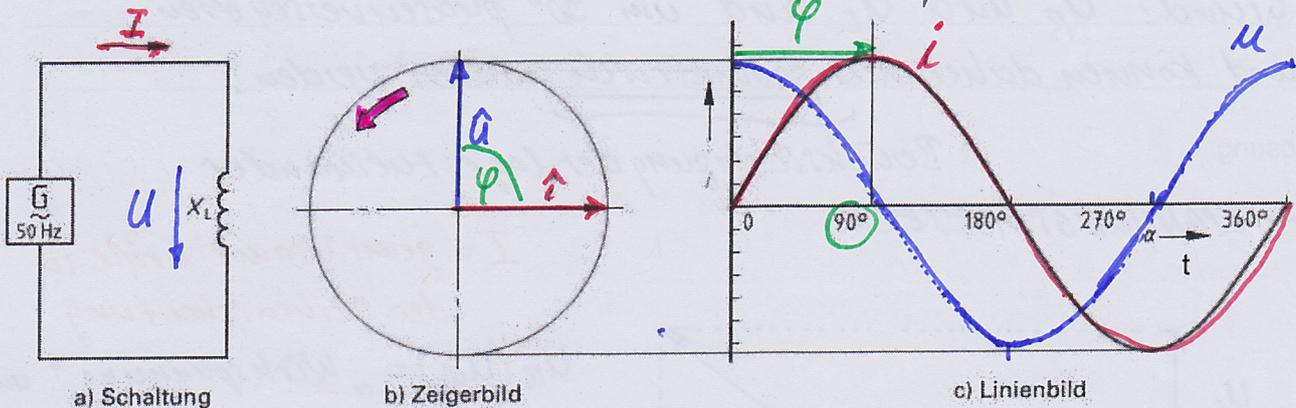
- Spule hat frequenzabhängigen Blindwiderstand $X_L = \omega \cdot L$, $X_L \sim f$
- Ursache: L ist Energiespeicher \rightarrow Magnetfeld muss erst aufgebaut werden!
- \rightarrow Folge: **Strom** wird gegenüber **Spannung** verzögert.
- \rightarrow PHASENVERSCHIEBUNG zwischen **I** und **U**!

Begriffsklärung:

Phasenverschiebung:
Die Kennzeitpunkte (z.B. Nulldurchgänge, Maximalwerte) von **I** und **U** fallen zeitlich nicht mehr zusammen!

Darstellung der Phasenverschiebung:

Größen, Symbole: i, u = Momentanwerte
 I, U = Effektivwerte



- Bezugsgröße: Strom i (0° -Lage, Zeiger auf x-Achse)
- Strom eilt der Spannung um den Phasenwinkel φ (Phi) = 90° nach
- $\varphi = 90^\circ$ bedeutet im Zeigerdiagramm, dass \hat{u} senkrecht auf \hat{i} steht.

Alter Merksatz ;-):

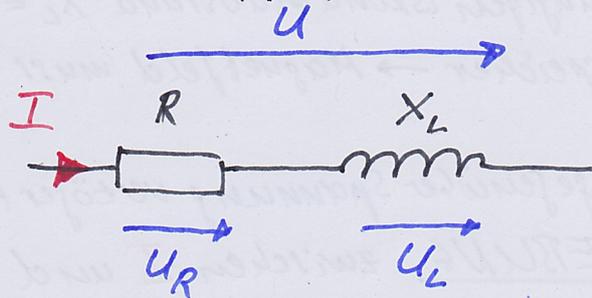
Bei der Induktivität
kommt der Strom zu spät.

R und L im Wechselstromkreis:
Spannungs- und Widerstands-dreieck



Reihenschaltung von ohmschem Widerstand (Wirkwiderstand)
und induktivem Blindwiderstand (Spule)

Reihenschaltung:



Versuch: Sinus-Frequenzgenerator wird an Reihenschaltung von R und L angeschlossen

$R = 1\text{ k}\Omega$ $L = 220\text{ mH}$ $f = 1\text{ kHz}$

$U_R = 4,2\text{ V}$ $U_L = 8,2\text{ V}$ $U_{\text{ges}} = 10\text{ V}$

$U \neq U_R + U_L !$

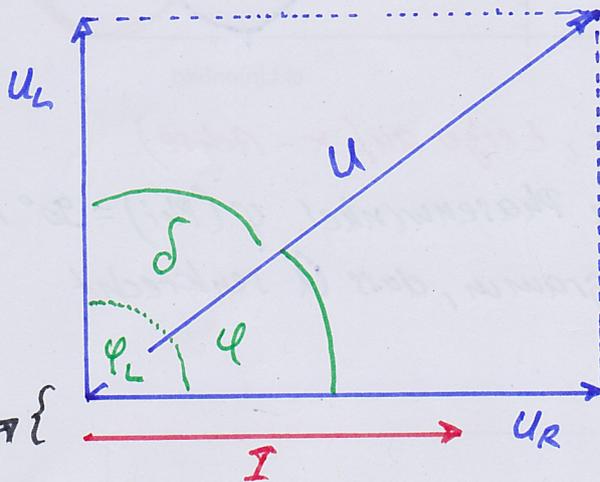
Ergebnis:

- Arithmetische Summe $U_R + U_L$ ist ungleich Gesamtspannung U !
- Grund: U_R und U_L sind um 90° phasenverschoben und können daher nur geometrisch addiert werden!

Lösung:

Berücksichtigung der Lage zueinander

→ SPANNUNGSDREIECK



$I =$ gemeinsame Größe in der Reihenschaltung

$U_R (U_w) =$ „Wirkspannung“ am R

$U_L (U_{bl}) =$ „Blindspannung“ am L

$U =$ geometrisch resultierende Gesamtspannung zwischen

$\varphi =$ Phasenwinkel I/U

$\delta =$ „Verlustwinkel“

(Delta) $= 90^\circ - \varphi$

daher Zeiger parallel!

R und L im Wechselstromkreis: Spannungs- und Widerstands-dreieck



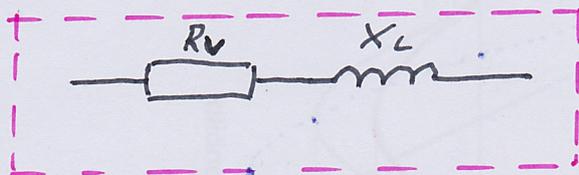
Hintergrund zum so genannten Verlustwinkel δ :

Schaltbild Spule (ideal):

 L ohne R: gibt's nicht!

→ R_V

Ersatzschaltbild reale Spule: Verlustwiderstand und Induktivität (R und L)



Reale Spule: „Reihenschaltung“ aus R_V und X_L

→ Je größer R_V im Verhältnis zu X_L , desto größer ist der „Verlustwinkel“ δ .

Wie zeichnet man ein Zeigerbild des Spannungsdreiecks?

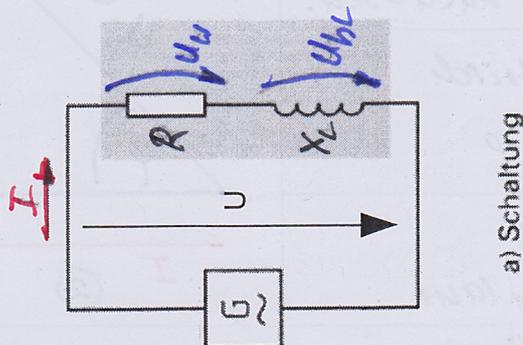
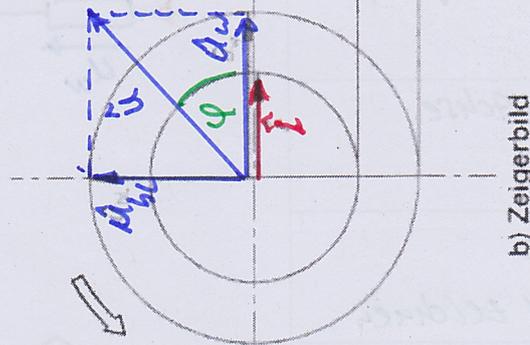
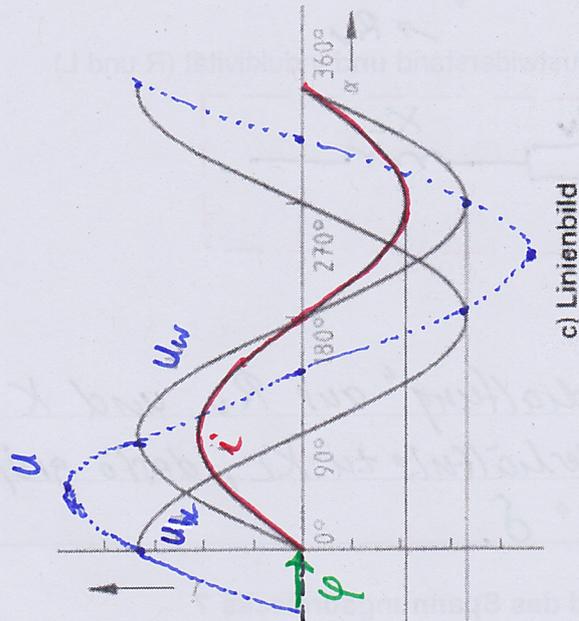
1.) Maßstab geeignet festlegen, z.B. 5V/cm	
2.) Stromzeiger I auf x-Achse legen → Bezugsgröße	
3.) U_W und I in Phase → U_W und I parallel zeichnen	
4.) U_{BL} 90° voreilend → U_{BL} von Spitze U_W 90° nach oben.	
5.) U_W und U_{BL} geometrisch addieren → U , φ	
6.) Wert für U und φ abmessen, berechnen laut Skalierung	

R und L im Wechselstromkreis: Spannungs- und Widerstands-dreieck



Aufgabe:

Ermittle durch **punktweise grafische Addition** von U_{bl} und U_w den Zeitverlauf der resultierenden Spannung U der Reihenschaltung $R-X_L$. Ermittle den Phasenwinkel U/I . Überlege, in welchem Größenverhältnis die Widerstandswerte von R und X_L zueinander stehen.



R und L im Wechselstromkreis:
Spannungs- und Widerstandsdreieck



Ergebnisse:

- Gesamtspannung U ergibt sich aus der Summe der Teilspannungen U_w (—□—) und U_{bL} (—mm—) durch
- Addition der Momentanwerte im Liniensbild oder / und
- durch Konstruktion des Dreiecks aus den Zeigern.
- Ebenso kann der **Phasenwinkel** φ U/I aus beiden Diagrammen abgelesen / gemessen werden
- Verhältnisse X_L, R :
Da $U_w = U_{bL} \rightarrow R = X_L \rightarrow \varphi = 45^\circ$ (Sonderfall!)

Zusammenhänge beim Spannungsdreieck:

① Betrag von U Pythagoras

$$U^2 = U_w^2 + U_{bL}^2$$

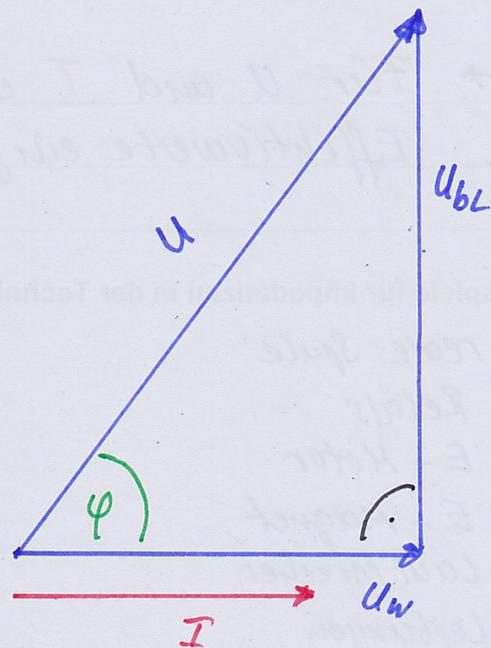
$$U = \sqrt{U_w^2 + U_{bL}^2}$$

② Phase von U/I : Winkelfunktionen

$$\sin \varphi = \frac{U_{bL}}{U} \rightarrow U_{bL} = U \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{U_w}{U} \rightarrow U_w = U \cdot \cos \varphi$$

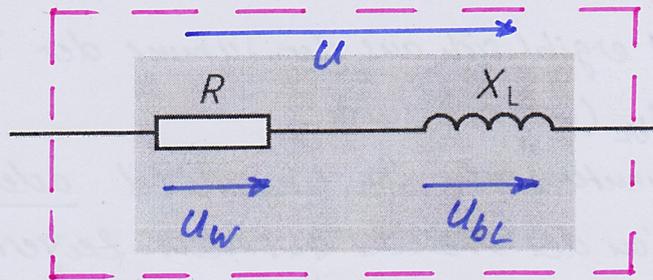
$$\tan \varphi = \frac{U_{bL}}{U_w}$$



R und L im Wechselstromkreis:
Spannungs- und Widerstands-dreieck



Widerstands-dreieck: Scheinwiderstand Z (Impedanz)



Die Zusammenschaltung von Wirk- und Blindwiderstand wird als **IMPEDANZ Z** oder auch **SCH EINWIDERSTAND** bezeichnet.

Eine Impedanz kann (wie ein ohm'scher Widerstand) aus dem Quotienten von **U** und **I** berechnet werden.

Formel:

$$Z = \frac{U}{I} \quad [Z] = \Omega$$

→ Für **U** und **I** werden in der Regel Effektivwerte eingesetzt!

Beispiele für Impedanzen in der Technik:

- reale Spule
- Relais
- E-Motor
- E-Magnet
- Lautsprecher
- Leuchten

→ Rein ohm'sche Widerstände gibt es in der Praxis nicht!

R und L im Wechselstromkreis: Spannungs- und Widerstands-dreieck



Zusammenhänge im Widerstands-dreieck:

$$\textcircled{1} R_w = \frac{U_w}{I}$$

$$\textcircled{2} X_L = \frac{U_{bl}}{I}$$

es gilt: $U^2 = U_w^2 + U_{bl}^2$

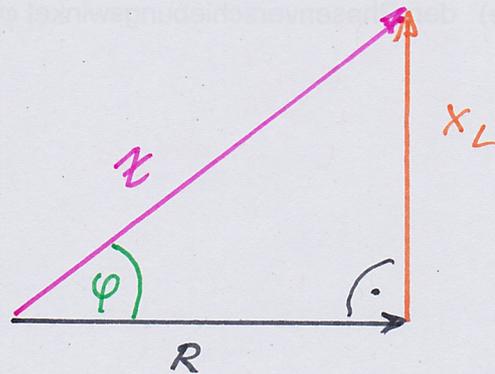
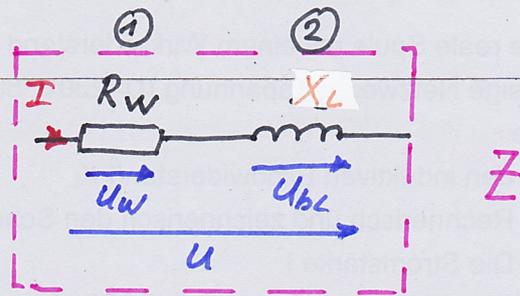
Reihenschaltung: I ist gleich

$$\frac{U^2}{I^2} = \frac{U_w^2}{I^2} + \frac{U_{bl}^2}{I^2}$$

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\varphi: R = Z \cdot \cos \varphi$$

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi$$



Aufgaben ✂:

1.) An der Reihenschaltung einer Spule und eines Wirkwiderstandes werden folgende Spannungen gemessen: $U_w = 130V$, $U_{bl} = 207V$. Bestimme rechnerisch und zeichnerisch

- die Gesamtspannung U
- den Winkel φ (U/I)